

Perancangan Gelombang Singkat (*Wavelet*) yang Cocok untuk Sinyal Dua-Dimensi Iris Mata

R. Rizal Isnanto¹, Imam Santoso², Achmad Hidayatno², Suhardjo³, Adhi Susanto⁴

¹ Doctor Candidate of Electrical Engineering UGM Yogyakarta, Indonesia and
Lecturer of Engineering Faculty, UNDIP Semarang, Indonesia
rizal_isnanto@undip.ac.id and rizal_isnanto@yahoo.com

² Lecturer of Engineering Faculty, UNDIP Semarang, Indonesia

³ Lecturer of Medicine Faculty UGM Yogyakarta

⁴ Lecturer of Electrical Engineering and Information Technology Department UGM Yogyakarta

Abstrak

Iris mata manusia memiliki pola yang unik yang bisa digunakan dalam pengenalan biometrik. Untuk mengekstraksi ciri iris tersebut, dapat dilakukan berdasar ciri tekstural pada pola iris tersebut. Salah satu metode ekstraksi ciri berdasar tekstur adalah dengan menggunakan alihragam gelombang singkat (*wavelet* = *GS*). Untuk membangun satu jenis *GS* yang cocok untuk suatu sinyal, dalam hal ini sinyal 2-dimensi dari iris, diperlukan langkah-langkah yang cukup kompleks. Dalam penelitian ini, dilakukan semua tahapan perancangan *GS* tersebut dari akuisisi data citra mata sampai dengan diketemukannya *GS* baru tersebut. Terdapat 19 (sembilan belas) tahapan dalam perancangan *GS* ini. Untuk melakukan semua tahapan itu diperlukan konsep-konsep dasar tentang: konvolusi, alihragam Hough sirkular, konversi citra polar ke bentuk terpapar (*unwrapped*), penentuan profil garis 1-D atas citra, pererataan sinyal, konsep *GS* tipe Daubechies dasar, penghitungan energi sinyal, metode kuadrat terkecil (*least square method*), penyusunan fungsi penyekala dan fungsi *GS*, serta algoritma kaskade. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan 19 tahapan perancangan *GS* tersebut telah dapat dibuat satu *GS* baru yang disebut *irislet* yang bersifat tak-ortogonal yang memiliki kekhasan untuk masukan berupa citra iris mata.

Kata-kunci: *irislet*, fungsi penyekala, fungsi *GS*, metode kuadrat terkecil, algoritma kaskade.

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Manusia sebagai individu, mempunyai karakteristik yang unik dan khas. Karakteristik tersebut dapat digunakan sebagai pengenalan atau identifikasi terhadap seseorang. Hal ini dikenal sebagai pengenalan biometrik. Iris atau selaput pelangi adalah bagian dari mata yang melingkari lingkaran pupil. Walaupun iris memiliki wilayah yang relatif sempit dibanding dengan luas tubuh manusia, iris memiliki pola yang sangat unik, berbeda pada tiap individu dan pola itu akan tetap stabil. Atas dasar inilah iris mata dapat dijadikan dasar bagi pengenalan biometrik.

Banyak algoritma telah diaplikasikan sebagai metode pengenalan iris, antara lain PCA (*Principal Component Analysis*), ICA (*Independent Component Analysis*), Algoritma Gabor-Wavelet (Wijayanto, 2005), *Characterizing Key Local Variation*, Piramida Laplace, Matriks Kookurensi Aras Keabuan (*Gray Level Co-occurrence Matrix - GLCM*) (Kusuma, 2009) dan lain sebagainya. Alihragam gelombang singkat (*wavelet* — *GS*) sebagai salah satu metode untuk menganalisis tekstur sudah digunakan sebagai pengekstraksi ciri pola iris mata, namun masih terbatas menggunakan jenis-jenis *GS* standar yang sudah ada, misalnya: Haar, Daubechies, Coiflet, Symlet, dan Biortogonal. Dalam Penelitian ini, dikembangkan sebuah jenis *GS* baru, yang nanti disebut sebagai *irislet* yang cocok untuk masukan berupa citra iris manusia.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian adalah untuk membangun satu jenis *GS* yang cocok untuk suatu sinyal, dalam hal ini sinyal 2-dimensi dari iris. Dalam penelitian ini, dilakukan semua tahapan perancangan *GS* dari akuisisi data citra mata sampai dengan diperolehnya *GS* baru.

1.2 Batasan Masalah

Agar tidak menyimpang jauh dari permasalahan, maka Penelitian ini mempunyai batasan masalah sebagai berikut.

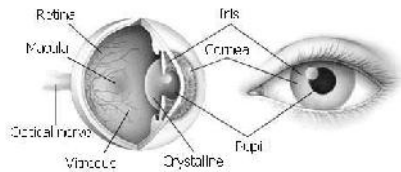
1. Citra iris mata yang digunakan adalah citra hasil akuisisi menggunakan kamera yang dilengkapi dengan perangkat lunak Iradosoft 3.8 dan citra dari basisdata CASIA yaitu CASIA V1.0.
2. Implementasi program menggunakan bantuan Matlab versi 7.10.0 (R2010a) dengan *toolbox* yang digunakan di antaranya adalah: *Image Processing*, *Wavelet*, dan *Optimization Toolbox*

2. Landasan Teori

2.1 Iris Mata

Iris atau selaput pelangi pada mata dapat dijadikan sebagai basis sistem biometrik. Setiap iris memiliki tekstur yang amat rinci dan unik untuk setiap orang serta tetap stabil berpuluh-puluh tahun. Bagian mata ini tidak dapat diubah melalui pembedahan tanpa menimbulkan kerusakan pada penglihatan. Gambar 1 menunjukkan

anatomi mata dan contoh iris mata manusia (Moreno, *et al.*, 2009).



Gambar 1. Anatomi mata dan contoh iris mata.

Keuntungan dari pemakaian iris untuk sistem identifikasi yang dapat diandalkan adalah (Moreno, *et al.*, 2009) sebagai berikut.

1. Iris terisolasi dan terlindung dari lingkungan luar.
2. Pada iris tidak mungkin dilakukan operasi untuk modifikasi tanpa menyebabkan cacat pada mata.
3. Iris memiliki tanggapan fisiologis terhadap cahaya, yang memungkinkan pengujian alami terhadap kemungkinan adanya penipuan serta penggunaan lensa mata palsu dan lain sebagainya.

2.2 Alihragam Gelombang Singkat (Wavelet – GS)

GS adalah fungsi yang memenuhi persyaratan matematika tertentu yang mampu melakukan dekomposisi terhadap sebuah fungsi (Rahmawati, 2007). Secara hierarki untuk merepresentasikan data atau fungsi lainnya. GS dapat digunakan untuk menggambarkan sebuah model atau gambar asli ke dalam fungsi matematis tanpa memperhatikan bentuk dari model berupa citra, kurva atau sebuah bidang. Alihragam GS merupakan sebuah fungsi yang mengubah sinyal dari kawasan waktu ke kawasan frekuensi atau skala.

Alihragam GS paling tepat digunakan dalam proses pengolahan citra karena tidak banyak informasi yang hilang saat dilakukan rekonstruksi ulang. GS merupakan sebuah basis. Basis GS berasal dari sebuah fungsi penyekala. Fungsi penyekala memiliki sifat yaitu dapat disusun dari sejumlah salinan yang telah didilasikan, ditranslasikan dan diskalakan. Fungsi ini diturunkan dari persamaan dilasi (*dilation equation*), yang dianggap sebagai dasar dari teori GS.

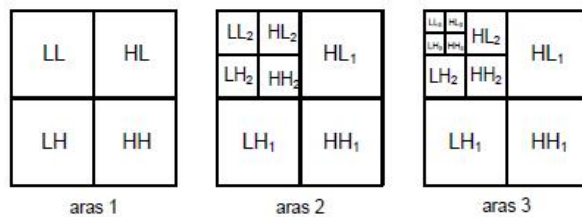
2.3 Dekomposisi Citra

Alihragam GS terhadap citra adalah menapis citra dengan tapis GS. Hasil dari penapisan ini adalah 4 subbidang citra dari citra asal, keempat subbidang citra ini berada dalam kawasan GS. Keempat subbidang citra ini adalah pelewat rendah-pelewat rendah (LL), pelewat rendah-pelewat tinggi (LH), pelewat tinggi-pelewat rendah (HL), dan pelewat tinggi-pelewat tinggi (HH). Proses ini disebut dekomposisi. Dekomposisi dapat dilanjutkan kembali dengan citra pelewat rendah-pelewat rendah (LL) sebagai masukannya untuk mendapatkan tahap dekomposisi selanjutnya. Gambar 2 menunjukkan suatu citra dekomposisi dari aras 1 sampai aras 3.

2.4 Algoritma Kaskade

Algoritma kaskade merupakan metode numerik untuk menghitung nilai fungsi penyekala dan nilai fungsi

gelombang singkat dari alihragam gelombang singkat diskret menggunakan suatu algoritma iteratif.



Gambar 2. Diagram dekomposisi citra

Karena algoritma diaplikasikan dengan operasi yang sama dan terus berulang terhadap keluaran dari aplikasi sebelumnya, algoritma ini kemudian dikenal sebagai algoritma kaskade (*cascade algorithm*) (Burrus, *et al.*, 1998). Algoritma iteratif menghasilkan pendekatan-pendekatan berurut (*successive approximations*) terhadap (t) atau (t) dari koefisien-koefisien tapis $\{h\}$ dan $\{g\}$. Jika algoritma konvergen ke suatu titik tetap, maka titik tetap tersebut merupakan fungsi penyekala atau fungsi gelombang singkatnya. Iterasinya didefinisikan sebagai:

$$\{^{(k+1)}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] \sqrt{2} \{^{(k)}(2t-n) \quad (1)$$

Dari fungsi penyekala ini, gelombang singkat dapat dibangkitkan dari:

$$\{E(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n] \sqrt{2} \{^{(k)}(2t-n) \quad (2)$$

3. Metode Penelitian

3.1 Bagan Alir Penelitian

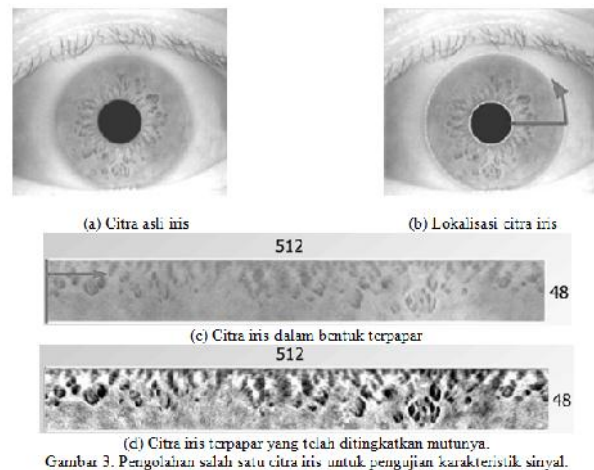
Secara umum dapat dijelaskan bahwa proses perancangan gelombang singkat yang cocok untuk sinyal 2-D iris mata sebagian mengikuti langkah-langkah seperti yang dilakukan oleh (Guido, 2005) dalam membangun **spikelet** berdasar karakteristik sinyal yang ada. Berikut adalah 19 langkah pembuatan GS baru tersebut.

- 1) Memilih citra mata sebagai citra masukan.
- 2) Melakukan proses segmentasi untuk mengambil citra iris dan membuang bagian selainya.
- 3) Mengubah koordinat iris ke dalam bentuk terpapar (*unwrapped*)
- 4) Memilih baris-baris dalam citra, kemudian ditentukan profil garis atas sinyal satu-dimensinya.
- 5) Mengulangi langkah keempat untuk komponen kolomnya sampai diperoleh profil garisnya.
- 6) Mengambil kandidat-kandidat sinyal basis dari langkah 4 dan 5 yang diduga merupakan bentuk sinyal terkecil yang paling dominan dalam profil garis tersebut.
- 7) Mereratakan sinyal-sinyal tersebut. Rerata sinyal tersebut digunakan sebagai sinyal basis untuk kalkulasi tipe gelombang singkat yang dirancang.

- 8) Menyusun persamaan-persamaan untuk koefisien-koefisien tapis alihragam Daubechies dengan membuang persyaratan ortogonalitas. Pada langkah ini akan diperoleh 3 (tiga) persamaan dengan 4 (empat) nilai h_k yang tidak diketahui ($0 < k < 3$).
- 9) Mengkonvolusikan hasil butir 7 dengan sinyal generik dengan *support* $n = 4$ yang tidak diketahui, yaitu $h_3 \dots h_0$.
- 10) Melakukan proses pencuplikan-turun (*downsampling*) dengan faktor 2 atas hasil konvolusi butir 9.
- 11) Sinyal energi dari butir 10 dimaksimumkan dengan cara menurunkan secara parsial sinyal tersebut dengan masing-masing koefisien $h_3 \dots h_0$, dan hasilnya disamakan dengan nol.
- 12) Butir 11 menghasilkan 4 persamaan dengan 4 peubah yang tidak diketahui
- 13) Butir 8 dan 12 digabungkan untuk mendapatkan 7 persamaan dengan 4 peubah yang tidak diketahui.
- 14) Persamaan linear *overdetermined* pada butir 13 kemudian dipecahkan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (*least squares method*) sehingga diperoleh nilai $h_3 \dots h_0$ yang membentuk suatu tapis pelewat rendah (LPF)
- 15) Dari nilai-nilai yang diturunkan dari butir 14 kemudian ditentukan tapis pelewat tinggi cerminannya (*mirror highpass filter*) $g_3 \dots g_0$.
- 16) Menentukan fungsi penyekala (*scaling function*) $w(n)$ yang ditentukan secara rekursif menggunakan persamaan dilasi, sekaligus juga ditentukan nilai titik antara $w(n/2)$ -nya.
- 17) Menentukan fungsi gelombang singkat $\mathcal{E}(n)$ dan sekaligus $\mathcal{E}(n/2)$ -nya.
- 18) Menyajikan fungsi penyekala dan fungsi gelombang singkatnya dalam grafik
- 19) Menggunakan algoritma kaskade sampai dengan iterasi ke-20 untuk menghasilkan fungsi penyekala maupun fungsi gelombang singkat yang mulus.

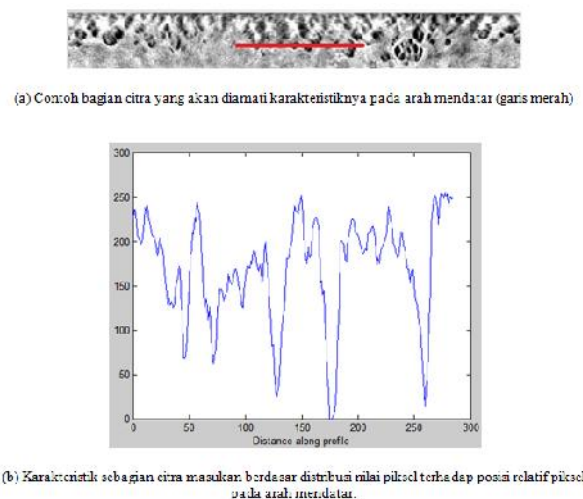
4. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pada langkah ini dilakukan pencarian basis GS yang sesuai untuk memodelkan suatu sinyal tertentu untuk tujuan pengolahan sinyal (Chui, 1997). Sebagai contoh, dari citra iris asli (Gambar 3a) yang dilanjutkan dengan lokalisasi area iris (Gambar 3b), kemudian proses konversi citra ke bentuk terpapar (*unwrapped*) seperti ditunjukkan pada Gambar 3 (c) dan peningkatan mutu citra seperti tampak pada Gambar 3 (d).



Gambar 3. Pengolahan salah satu citra iris untuk pengujian karakteristik sinyal.

Sementara itu, distribusi nilai piksel dapat ditunjukkan pada grafik yang nampak pada Gambar 4. Sumbu mendatar pada gambar tersebut menunjukkan posisi relatif dari piksel pada sebuah garis teramati, sedangkan sumbu tegak menunjukkan jumlah piksel dari posisi relatif tersebut, dengan panjang sumbu mendatar sekitar 300 piksel.

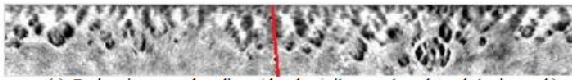


Gambar 4 Karakteristik distribusi nilai piksel pada garis mendatar sepanjang 300 piksel.

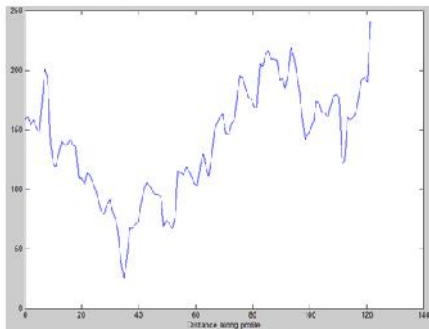
Sedangkan Gambar 5 menunjukkan Karakteristik distribusi nilai piksel pada garis tegak sepanjang 140 piksel.

Menggunakan syarat-syarat Daubechies, diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} -1h_3 + 1h_2 - 1h_1 + 1h_0 = 0 \\ -3h_3 + 2h_2 - 1h_1 + 0h_0 = 0 \\ 1h_3 + 1h_2 + 1h_1 + 1h_0 = 2 \end{cases} \quad (3)$$



(a) Bagian citra yang akan diamati karakteristiknya pada arah tegak (garis merah)

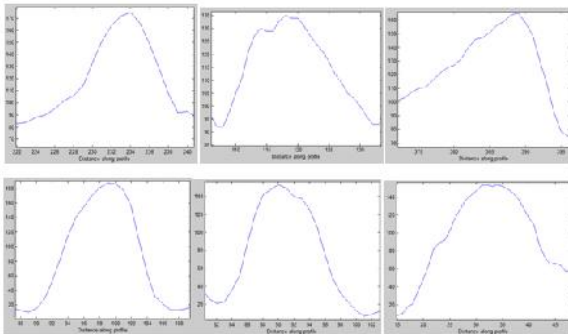


(b) Karakteristik sebagian citra masukan berdasar distribusi nilai piksel terhadap posisi relatif piksel pada arah tegak.

Gambar 5. Karakteristik distribusi nilai piksel pada garis tegak sepanjang 140 piksel.

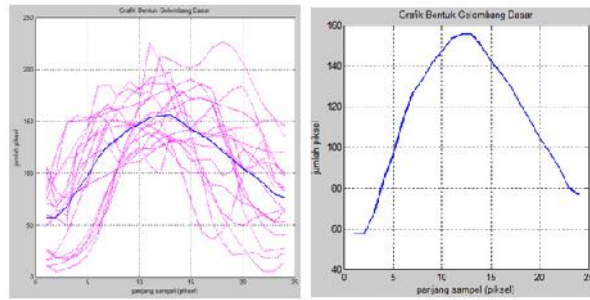
Sinyal rata-rata satu dimensi dari citra iris, ditentukan dengan mengambil distribusi profil suatu garis dari citra iris yang menggambarkan hubungan antara posisi piksel dengan nilai intensitasnya. Profil diambil pada dua arah, baik arah horisontal maupun arah vertikal.

Sementara itu, Gambar 6 memperlihatkan beberapa contoh kandidat sinyal basis untuk pembuatan fungsi gelombang singkat. Dari kandidat-kandidat sinyal basis tersebut, kemudian ditentukan satu sinyal basis yang diambil dari rerata sinyal-sinyal kandidat tersebut, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 7.



Gambar 6. Beberapa contoh sinyal kandidat untuk basis gelombang singkat.

Nilai-nilai yang menunjukkan hubungan antara panjang sampel (dalam piksel) dengan jumlah piksel pada posisi panjang sampel yang disebutkan, dapat ditunjukkan pada Tabel 1. Untuk menyederhanakan penghitungan, maka nilai-nilai intensitas pada Tabel 4.1 dinormalisasi dengan membaginya dengan bilangan terbesarnya, yaitu 156,3529 sehingga rentang nilainya ada pada 0 nilai intensitas 1. Normalisasi tersebut menghasilkan nilai-nilai ternormalisasi seperti ditunjukkan pada Tabel 2.



(a) (b)

Gambar 7. Sinyal rerata dari kandidat basis gelombang singkat
 (a) Ragam sinyal-sinyal pembentuk
 (b) Ragam sinyal basis untuk gelombang singkat

Tabel 1. Nilai intensitas piksel pada sinyal basis

Posisi	Nilai intensitas	Posisi	Nilai intensitas	Posisi	Nilai intensitas	Posisi	Nilai intensitas
0	57,3529	6	126,3824	12	156,3529	18	113,9412
1	57,6471	7	131,7059	13	150,1765	19	104,7647
2	67,9112	8	142,1118	14	142,1706	20	97,5882
3	83,9412	9	147,5294	15	137,0588	21	90,3529
4	96,9412	10	153,8824	16	130,4706	22	80,1765
5	114,5294	11	155,8225	17	121,3529	23	76,0529

Tabel 2. Nilai intensitas piksel ternormalisasi pada pada sinyal basis

Posisi	Nilai intensitas	Posisi	Nilai intensitas	Posisi	Nilai intensitas	Posisi	Nilai intensitas
0	0,3668	6	0,8115	12	1,0000	18	0,7287
1	0,3687	7	0,8552	13	0,9805	19	0,6701
2	0,4345	8	0,9108	14	0,9112	20	0,5242
3	0,5259	9	0,9416	15	0,8766	21	0,5779
4	0,6200	10	0,9842	16	0,8347	22	0,5128
5	0,7325	11	0,9986	17	0,7761	23	0,4906

Setelah itu, sinyal pada Tabel 2 dikonvolusikan dengan sinyal generik dengan *support* $n = 4$ dengan $h_0 \dots h_3$ yang tidak diketahui. Dalam hal ini dikonvolusikan dengan $[h_3 \ h_2 \ h_1 \ h_0]$, dengan penghitungan sebagai berikut.

$$[0,3668 \ 0,3687 \ 0,4345 \ 0,5369\dots 0,4906] * [h_3 \ h_2 \ h_1 \ h_0] \\
 = 0,3668h_3 + 0,3687h_3 + 0,3668h_2 + 0,4345h_3 + 0,3687h_2 + 0,3688h_1 + 0,5639h_3 + 0,4345h_2 + 0,3687h_1 + 0,3688h_0 + \dots \quad (4)$$

yang dilanjutkan dengan pencuplikan-turun dengan faktor 2. Sinyal yang dihasilkan merupakan proyeksi atas sinyal satu dimensi citra iris, yang disebut dengan vektor \vec{u} pada subruang V .

Setiap nilai hasil konvolusi pada Persamaan (4) dikuadratkan untuk ditentukan sinyal energinya. kemudian dimaksimumkan dengan cara menurunkan secara parsial sinyal tersebut dengan masing-masing koefisien $h_3 \dots h_0$, dan hasilnya disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial E(\vec{P}_v \vec{u})}{\partial h_3} = 0, \quad \frac{\partial E(\vec{P}_v \vec{u})}{\partial h_2} = 0, \quad \frac{\partial E(\vec{P}_v \vec{u})}{\partial h_1} = 0, \quad \frac{\partial E(\vec{P}_v \vec{u})}{\partial h_0} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E(P_{vu})}{\partial h_3} = -6,8748442h_3 + 6,8644545h_2 - 6,6087657h_1 + 6,5372536h_0 = 0 \\ \frac{\partial E(P_{vu})}{\partial h_2} = -6,8644545h_3 + 6,8748442h_2 - 6,8644545h_1 + 6,6087657h_0 = 0 \\ \frac{\partial E(P_{vu})}{\partial h_1} = -6,6087657h_3 + 6,8644545h_2 - 6,8748442h_1 + 6,8644545h_0 = 0 \\ \frac{\partial E(P_{vu})}{\partial h_0} = -6,5372536h_3 + 6,6087657h_2 - 6,8644545h_1 + 6,8748442h_0 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Persamaan-persamaan pada Persamaan (3) dan (6) kemudian dikumpulkan bersama, menghasilkan sistem dengan $(n/2 + 1) + n = 3n/2 + 1 = 7$ persamaan linear dengan $n = 4$ peubah tak-diketahui dengan bentuk $\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} = \mathbf{Y}$ sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} -6,8748442 & 6,8644545 & -6,6087657 & 6,5372536 \\ -6,8644545 & 6,8748442 & -6,8644545 & 6,6087657 \\ -6,6087657 & 6,8644545 & -6,8748442 & 6,8644545 \\ -6,5372536 & 6,6087657 & -6,8644545 & 6,8748442 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_3 \\ h_2 \\ h_1 \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Sistem kemudian dipecahkan menggunakan metode kuadrat terkecil (*least squares method*). Permasalahan yang ada di sini adalah bagaimana menyelesaikan persamaan linear *overdetermined* yang dinyatakan dalam bentuk matriks berikut (MathWorks, 2012).

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (7)$$

dengan \mathbf{A} adalah matriks berukuran $m \times n$ dengan $m > n$. Untuk $\mathbf{b} \notin \text{range}(\mathbf{A})$ maka tidak ada penyelesaian untuk \mathbf{x} . Rumusan metode kuadrat-terkecil adalah:

$$\min \|Ax - b\| = \left(\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Nilai $r = Ax - b$ disebut sisa (*residual*) atau galat, sedangkan x dengan norm sisa terkecil $\|r\|$ disebut sebagai pemecahan kuadrat-terkecil. Persamaan (8) setara dengan pemecahan dari:

$$\min \|Ax - b\|^2$$

yang untuk mendapatkan nilai x optimal, dilakukan operasi turunan pertama dari $\|Ax - b\|^2$ terhadap x , dengan nilai fungsi turunan pertama tersebut adalah 0 (nol).

Dari hasil penghitungan menggunakan metode kuadrat terkecil, nilai $h_3..h_1$ diperoleh sebagai berikut.

$$\begin{aligned} h_0 &= 0,27425957351 \\ h_1 &= 0,75838320282 \\ h_2 &= 0,71893323436 \\ h_3 &= 0,23414205821 \end{aligned}$$

Nilai-nilai h di atas, maka membentuk sebuah tapis pelewat-rendah. Jika didefinisikan sebagai sistem QMF (*quadrature mirror filters*), tapis-tapis digital yang didefinisikan oleh koefisien-koefisien $h_0 \dots h_3$ memiliki pasangan tapis dengan koefisien-koefisien $g_0 \dots g_3$ yang membentuk tapis-tapis pelewat tinggi cerminannya (*mirror highpass filter*), seperti yang dinyatakan oleh Hamming (1989). Kaitannya dengan tanggapan frekuensinya, maka dapat dinyatakan (sesuai Persamaan 105) bahwa: $g_k = (-1)^k h_{M-k-1}$, dengan M menunjukkan panjang *support* atau jumlah koefisiennya, dalam hal ini adalah 4 (empat). Berikut adalah nilai-nilai koefisien $g_0 \dots g_3$.

$$\begin{aligned} g_0 &= h_3 = 0,23414205821 \\ g_1 &= -h_2 = -0,71893323436 \\ g_2 &= h_1 = 0,75838320282 \\ g_3 &= -h_0 = -0,27425957351 \end{aligned}$$

4.1 Fungsi Penyekala

Fungsi penyekala, $w(x)$, ditentukan secara rekursif menggunakan persamaan dilasi:

$$w(n) = \sum_k h_k w(2n - k) \quad (9)$$

dengan *support* $n = 4$ koefisien, diperoleh:

$$\begin{cases} w(0) = h_0 w(0), \\ w(1) = h_0 w(2) + h_1 w(1) + h_2 w(0), \\ w(2) = h_1 w(3) + h_2 w(2) + h_3 w(1), \\ w(3) = h_3 w(3) \end{cases} \quad (10)$$

atau dapat pula dinyatakan sebagai $M \cdot T = T$, dengan

$$M = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & h_3 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & h_3 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad T = \begin{bmatrix} w(0) \\ w(1) \\ w(2) \\ w(3) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Sehingga, matriks T dengan nilai fungsi penyekala merupakan vektor *eigen* dari M untuk nilai *eigen* 1. Menggunakan syarat normalisasi $\sum_k w(k) = 1$ diperoleh:

$$\begin{cases} (h_0 - 1)w(0) = 0, \\ h_2w(0) + (h_1 - 1)w(1) + h_0w(2) = 0, \\ h_3w(1) + (h_2 - 1)w(2) + h_1w(3) = 0, \\ (h_3 - 1)w(3) = 0, \\ w(0) + w(1) + w(2) + w(3) = 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \mathbb{E}(\frac{1}{2}) = g_0w(1) = 0,126086, \\ \mathbb{E}(\frac{3}{2}) = g_1w(2) + g_2w(1) = 0,076846, \\ \mathbb{E}(\frac{5}{2}) = g_3w(2) = -0,12653 \end{cases}$$

Karena $h_0 \dots h_3 = 0$, maka

$$\begin{cases} w(0) = w(3) = 0, \\ (h_1 - 1)w(1) + h_0w(2) = 0, \\ h_3w(1) + (h_2 - 1)w(2) = 0, \\ w(0) + w(1) + w(2) + w(3) = 1 \end{cases} \quad (13)$$

dengan memasukkan angka-angka $h_3 \dots h_0$ ke Persamaan (13), akan diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{cases} -0,2416w(1) + 0,2743w(2) = 0, \\ 0,2341w(1) - 0,2811w(2) = 0, \\ w(1) + w(2) = 1 \end{cases}$$

yang kemudian dengan metode kuadrat-terkecil dapat dicari penyelesaian untuk nilai $w(1)$ dan $w(2)$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} w(1) &= 0,5386 \\ w(2) &= 0,4613 \end{aligned}$$

Kemudian, berdasarkan Persamaan (9), dapat diperoleh persamaan untuk titik antara yang memenuhi persamaan

$$w(x/2) = \sum_{k=0}^3 h_k w(x-k), \text{ sehingga,}$$

$$\begin{cases} w(\frac{1}{2}) = h_0w(1) = (0,2743)(0,5386) = 0,14773798, \\ w(\frac{3}{2}) = h_1w(2) + h_2w(1) = 0,73704946, \\ w(\frac{5}{2}) = h_3w(2) = (0,2341)(0,4613) = 0,10799033 \end{cases}$$

4.2 Fungsi Gelombang Singkat

Persamaan untuk fungsi gelombang singkat $\mathbb{E}(n)$ diperoleh dengan persamaan:

$$\mathbb{E}(n) = \sum_{k=0}^3 g_k w(2n-k) \quad (14)$$

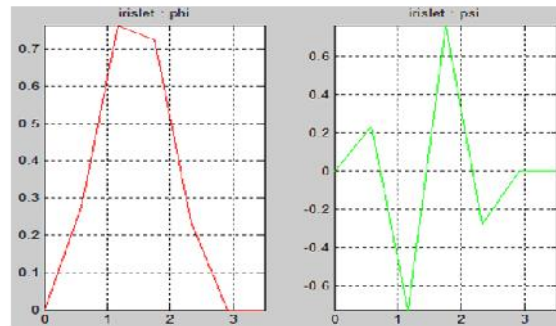
Sesuai dengan persyaratan pada Persamaan (9) bahwa untuk $w(x)$ bernilai 0 hanya untuk $0 \leq x \leq 3$ sehingga diperoleh, sesuai Persamaan (14), sebagai berikut.

$$\begin{cases} \mathbb{E}(0) = \mathbb{E}(3) = 0 \\ \mathbb{E}(1) = g_0w(2) + g_1w(1) = -0,27920921 \\ \mathbb{E}(2) = g_2w(2) + g_3w(1) = 0,22331533 \end{cases}$$

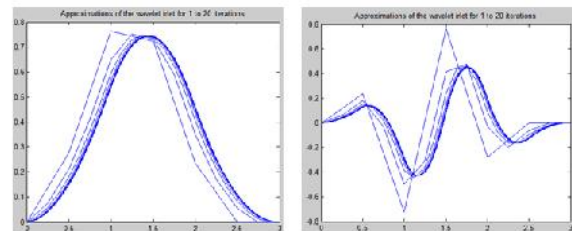
dan titik antara yang memenuhi persamaan

$$\mathbb{E}(x/2) = \sum_{k=0}^3 g_k w(x-k) \text{ adalah sebagai berikut.}$$

Gambar 8 menunjukkan grafik fungsi penyekala (*scaling function*) dan fungsi gelombang singkat. Fungsi gelombang singkat irislet pada Gambar 8 sebelah kanan tersebut merupakan bentuk pendekatan untuk nilai-nilai k diskret dengan $0 \leq k \leq 3$ dengan jangkah 0,5. Pendekatan fungsi penyekala dan fungsi gelombang singkat irislet pada iterasi dari 1 sampai dengan 20 menggunakan algoritma kaskade dapat ditunjukkan pada Gambar 9.



Gambar 8. Fungsi penyekala (kiri) dan fungsi gelombang singkat (kanan) pada alihragam Irislet.



Gambar 9. Fungsi penyekala (kiri) dan gelombang singkat (kanan) dari irislet pada iterasi ke-20

Dengan nilai-nilai fungsi penyekala dan fungsi GS inilah kemudian disebut sebagai GS **irislet** yang memiliki parameter h (faktor penyekala) dan g (koefisien GS) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} h_0 &= 0,27425957351 & g_0 = h_3 &= 0,23414205821 \\ h_1 &= 0,75838320282 & g_1 = -h_2 &= -0,71893323436 \\ h_2 &= 0,71893323436 & g_2 = h_1 &= 0,75838320282 \\ h_3 &= 0,23414205821 & g_3 = -h_0 &= -0,27425957351 \end{aligned}$$

Dari koefisien-koefisien yang diperoleh dapat dibuktikan bahwa GS **irislet** yang telah dibuat tersebut termasuk dalam GS tak-ortogonal

5. Kesimpulan dan Saran

Dari hasil penelitian dan pembahasan, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Untuk membangun satu jenis GS yang cocok untuk citra iris, diperlukan langkah-langkah yang cukup kompleks. Dalam penelitian ini, terdapat 19 (sembilan belas) tahapan dalam perancangan GS dari akuisisi data citra mata sampai dengan diketemukannya GS baru tersebut, yang kemudian akan disebut sebagai **irislet**.
2. Untuk melakukan semua tahapan itu diperlukan konsep-konsep dasar tentang: konvolusi, alihragam Hough sirkular, konversi citra polar ke bentuk terpapar (*unwrapped*), penentuan profil garis 1-D atas citra, pererataan sinyal, konsep GS tipe Daubechies dasar, penghitungan energi sinyal, metode kuadrat terkecil (*least square method*), penyusunan fungsi penyekala dan fungsi GS, serta algoritma kaskade.

Untuk penelitian lebih lanjut, berikut adalah beberapa penelitian yang sedang terus dikembangkan:

1. Perancangan jenis GS baru berdasar GS yang telah ada dan cocok untuk bentuk sinyal tertentu. Jenis-jenis GS yang bisa dirancang adalah yang ortogonal, biortogonal, maupun yang tidak ortogonal.
2. Pengujian beberapa jenis GS baru tersebut untuk dibandingkan dengan GS yang sudah ada sebelumnya sehingga diperoleh satu jenis GS paling cocok untuk ekstraksi iris.

Daftar Pustaka

- [1] Burrus, C.S., R.A. Gopinath, and H. Guo, 1998, *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: a Primer*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- [2] CASIA. *Iris Image Database*, <http://www.sinobiometrics.com>, unduh: 12 Juni 2012.
- [3] Chui, C.K., 1997, *Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- [4] Guido, R.C., JFW. Slaets, R. Koberle, LOB. Almeida, and J.C. Pereira, 2005, "A New Technique to Construct a Wavelet Transform Matching a Specified Signal with Applications to Digital, Real Time, Spike, and Overlap Pattern Recognition", *Journal of Digital Signal Processing*, vol 16, issue 1, pp. 24-44.
- [5] Gupta, A., S.D. Joshi, S. Prasad, 2002, "On a New Approach for Estimating Wavelet Matched to Signal", *Proceeding 8th National Conference on Communications, IIT, Bombay*, pp. 180-184.
- [6] Kusuma, A.A., "Pengenal Iris Mata Menggunakan Pencirian Matriks Ko-Okurensi Aras Keabuan", Skripsi S-1, Universitas Diponegoro, Semarang, 2009.
- [7] MathWorks, 2012, *Optimization Toolbox™ User's Guide*, online only, Revised for Version 6.2.1 (Release 2012b), The Math Works, Natick, MA.
- [8] Misiti, M., Y. Misiti, G. Oppenheim, and J.M. Poggi, *Wavelet Toolbox For Use with Matlab*, User's Guide Version 3, The Math Works, Natick, MA, 2004.
- [9] Moreno R.P. and A. Gonzaga, *Features Vector For Personal Identification Based On Iris Texture*. Departamento de Engenharia Elétrica - EESC - USP, Februari, 2009.
- [10] Rahmawati, I., "Pemampatan Citra Digital Dengan Wavelet Paket", Skripsi S-1, Universitas Diponegoro, 2007.
- [11] Wijayanto, W.S., *Identifikasi Iris Mata dengan Tapis Gabor Wavelet dan Jaringan Syaraf Tiruan Learning Vector Quantization (LVQ)*, Student of Diponegoro University, Semarang, 2005.
- [12] ---, *Image Processing Toolbox, for User's with MATLAB, User's Guide Version 3*, The Mathwork Inc, 2001.

Biodata Penulis

Rizal Isnanto menyelesaikan pendidikan sarjana dan pascasarjana (S2) di Jurusan Teknik Elektro Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta. Sekarang sedang mengambil program Doktor pada Jurusan Teknik Elektro dan Teknologi Informasi UGM. Selain itu, aktif sebagai pengajar di Program Studi Sistem Komputer, Universitas Diponegoro, Semarang.

Imam Santoso, menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Teknik Elektro Universitas Diponegoro dan S2 Teknik Elektro di UGM, Yogyakarta. Sekarang sedang mengambil program Doktor pada Jurusan Teknik Elektro dan Teknologi Informasi UGM. Selain itu, aktif sebagai pengajar di Jurusan Teknik Elektro, Universitas Diponegoro, Semarang.

Achmad Hidayatno, menyelesaikan pendidikan S1 di Jurusan Teknik Elektro Universitas Diponegoro dan S2 Teknik Elektro di UGM. Aktif sebagai pengajar di Jurusan Teknik Elektro, Universitas Diponegoro, Semarang.

Suhardjo, Profesor pada Jurusan Oftalmologi, Fakultas Kedokteran, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia. Gelar Sarjana, Magister, dan Spesialis Oftalmologi diraih pada Fakultas Kedokteran, Universitas Gadjah Mada.

Adhi Susanto, Profesor (emeritus) pada Jurusan Teknik Elektro dan Teknologi Informasi, Universitas Gadjah Mada Yogyakarta. Menerima gelar sarjana bidang Fisika dari UGM Yogyakarta. Gelar M.Sc. dan Ph.D. pada bidang Teknik Elektro diraih dari UC Davis, California.

